Завдання 2-го етапу Всеукраїнської олімпіади юних математиків 2013 р.
6 клас

1. Скільки колод розпиляли на дрова, якщо всього зробили 64 розпили і одержали 88 чурбаків?
2. В корзині знаходяться 17 яблук. Дозволяється за одне зважування на терезах зі стрілкою знайти сумарну вагу двох яблук. Яку найменшу кількість таких зважувань треба зробити, щоб узнати вагу всіх яблук в корзині?
3. Як можна відміряти 9 хв. за допомогою піскових годинників на 5 та на 7 хв.?
4. Леся написала на дошці декілька різних натуральних чисел. Андрійко не зміг серед них вибрати трьох, сума яких кратна 3. Скільки щонайбільше чисел могла написати на дошці Леся?
5. На планеті Кругляндія карту країн утворюють 2013 кіл. Доведіть, що для розфарбування цієї карти так, щоб сусідні країни було розфарбовані у різні кольори, вистачить дві фарби.

Завдання 2-го етапу Всеукраїнської олімпіади юних математиків 2013 р.
7 клас

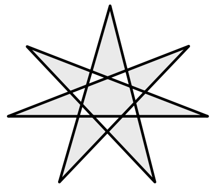
1. Знайдіть двозначне число, яке на 66 більше добутку його цифр.
2. Перевірте, чи є число $20142013^4 + 4$ простим.
3. Куб розрізали на $2013 \times 2013 \times 2013$ маленьких кубиків. Спочатку в кожному маленькому кубику сидів жук. Потім кожний жук переповз у сусідній кубик (сусідніми вважаються кубики, які мають спільну грань). Чи можливо, щоб після цього в кожному маленькому кубику знову сидів один жук?
4. Вологість грибів становить 99%. Скільки грибів можна одержати зі 100 кг, якщо після їх підсушування вологість знизилася до 98%?
5. Дано смужку розмірами 1 х 17, клітинки якої зліва на право пронумеровані послідовними натуральними числами від 1 до 17. Двоє учнів грають у гру, по черзі роблячи свої ходи. За один хід дозволяється закреслити одну довільну клітинку в смужці, або деякі дві послідовні, серед яких перша має парний номер. Програє той, хто не зможе зробити хід. Хто з гравців може забезпечити собі виграш: той, хто ходить першим, чи його суперник? Вкажіть виграшну стратегію.

Завдання 2-го етапу Всеукраїнської олімпіади юних математиків 2013 р.
8 клас

1. Чи існують натуральні числа x, і y, які задовольняють рівняння: $x^3 - x = 3y^2 + 2014$?
2. Знайти найменше натуральне число, яке починається цифрою 7 і зменшується у 5 разів, якщо переставити його першу цифру в кінець числа.
3. Між містами А і В по гірській дорозі через перевал регулярно ходить автобус. При підйомі на перевал він їде зі швидкістю 25 км/год, а при спуску – 50 км/год, Час його руху від А до В – 3,5 години, а від В до А – 4 години. Знайдіть відстань між А і В.
4. Куб пофарбували зі всіх сторін і розпиляли на рівні кубики. Виявилося, що кубиків, у яких пофарбована рівно одна грань, стільки ж скільки не пофарбованих кубиків. На скільки маленьких кубиків розпиляли куб?
5. Дано смужку розмірами 1 х 17, клітинки якої зліва на право пронумеровані послідовними натуральними числами від 1 до 17. Двоє учнів грають у гру, по черзі роблячи свої ходи. За один хід треба закреслити одну довільну клітинку в смужці, або деякі дві послідовні, серед яких перша має парний номер. Програє той, хто не зможе зробити хід. Хто з гравців може забезпечити собі виграш: той, хто ходить першим, чи його суперник? Вкажіть виграшну стратегію.

Завдання 2-го етапу Всеукраїнської олімпіади юних математиків 2013 р.
9 клас

1. Доведіть нерівність: $\frac{1}{11^2}+\frac{1}{12^2}+\frac{1}{13^2}+...+\frac{1}{2013^2}<\frac{1}{10}$.
2. Знайдіть суму гострих кутів при вершинах правильної семикутної зірки (дивись малюнок). Чому дорівнює сума гострих кутів при вершинах правильної 2013-кутної зірки, яка побудована аналогічним способом?



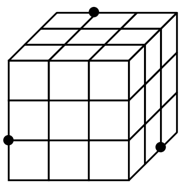
3. Знайдіть усі натуральні значення n, для яких одночасно числа $9n+28$ та $n+5$ є точними квадратами цілих чисел.
4. В трикутнику АВС точка М належить стороні ВС, а N – АС, відрізки АМ і AN перетинаються в точці Р. В якому відношенні точка Р ділить відрізок BN, якщо $\frac{BM}{MC}=\frac{CN}{NA}=\frac{20}{13}$.
5. На дошці записні числа 1, 2, 3, ..., 101. Андрійко може вибрати довільні два із записаних чисел a,b та записати замість них число $|a-b|$. Після 100–ї такої операцій на дошці залишиться одне число. Яке найбільше число при цьому може залишитись?

Завдання 2-го етапу Всеукраїнської олімпіади юних математиків 2013 р.
10 клас

1. В трикутнику АВС точка М належить стороні ВС, а N – АС, відрізки АМ і AN перетинаються в точці Р. В якому відношенні точка Р ділить відрізок BN, якщо $\frac{BM}{MC}=\frac{CN}{NA}=\frac{20}{13}$.
2. Знайдіть всі пари цілих чисел *x* і *y*, які задовольняють систему нерівностей:
$$\begin{cases} 2x^2+2y^2+24x-28y+167<0, \\ x+2y<15/2. \end{cases}$$
3. Доведіть, що число $\underbrace{111...1}_{2013}\underbrace{222...2}_{2013}$ є добутком двох послідовних натуральних чисел.
4. Нескінченно спадна геометрична прогресія має перший член m, знаменник $q=\frac{1}{n}$ і суму 3. Знайдіть усі можливі значення (m,q), якщо відомо, що m,n – натуральні числа.
5. Знайдіть всі функції *f(x)*, які задовольняють співвідношенню $f(x)+2\,f\left(\frac{1}{x}\right)=x$, при всіх $x\neq 0$.

Завдання 2-го етапу Всеукраїнської олімпіади юних математиків 2013р.
11 клас

1. Розв'яжіть рівняння $x+\sqrt{1-x}+1=\sqrt{x}+3\sqrt{x-x^2}$.
2. Нехай для додатних дійсних чисел x і y має місце рівність $x^2+y^2+\frac{8xy}{x+y}=16$. Доведіть, що $x+y=4$.



3. Великий куб розрізали на 27 маленьких кубиків. Через три вказані точки на ребрах великого куба провели січну площину (дивись малюнок). Скільки маленьких кубиків перетинає проведена площина?
4. Знайдіть на множині дійсних чисел всі функції *f(x)*, які задовольняють співвідношенню $2f(x)+f(1-x)=x^2$.
5. Три юнака: Петро, Павло і Андрій та їх дівчата Катерина, Олена та Ірина відправились за новорічними подарунками. Кожний з них купив стільки подарунків, скільки гривень заплатив за кожний подарунок. Петро купив на 23 подарунка більше, ніж Олена, а Павло – на 11 подарунків більше ніж Катерина. Відомо, що кожен юнак витратив на 63 гривні більше, ніж його дівчина. Визначити імена дівчат кожного з юнаків.